Группы G_n^k, многомерные аналоги кос и инварианты топологических пространств

Мантуров Василий Олегович

Аннотация

Общий принцип, выдвинутый докладчиком в 2015 году, гласит:

Если у динамических систем общего положения, описывающих движение n частиц, имеется хорошее свойство коразмерности 1, отвечающее ровно k частицам, то эти динамические системы имеют топологические инварианты со значениями в группах G_n^k.

Группы G_n^k зависят от двух натуральных параметров $n > k$ и имеют $\binom{n}{k}$ образующих. Все образующие являются инволюциями. Уже группы G_n^2 достаточно богаты и связаны с группами Кокстера.

Группы G_n^k при имеют большое количество эпиморфизмов на свободные произведения циклических групп, что позволяет строить простые легко сравниваемые инварианты топологических пространств. Группы G_n^k при $n \neq (k+1)$, $k \neq 2$, весьма сложны, и в них не решена проблема тождества, за исключением группы G_5^3.

Примерами хороших свойств коразмерности 1 для движения различных точек по плоскости являются свойства «три точки лежат на одной прямой» и «четыре точки лежат на одной окружности», что приводит к гомоморфизмам групп крашеных кос из n нитей в группы G_n^3 и G_n^4.

Аналогичные свойства можно строить для евклидовых и проективных пространств произвольной размерности, при этом в роли частиц могут выступать не точки, а подмногообразия.

На каких еще пространствах можно строить «хорошие свойства коразмерности 1»? Вложения многообразий в евклидовы/проективные пространства различных размерностях позволяют индуцировать группы кос и исследовать инварианты вложений.

В докладе будет рассказано о многомерных аналогах групп кос и их отображениях в группы G_n^k и дан обзор современного состояния теории групп G_n^k.

Будет предложено большое количество нерешенных задач.